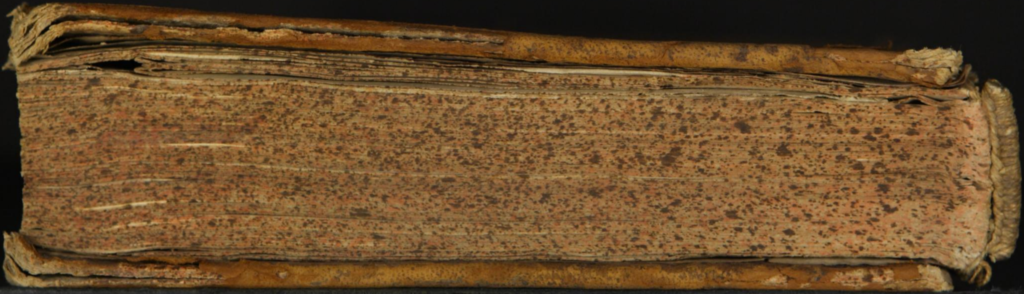
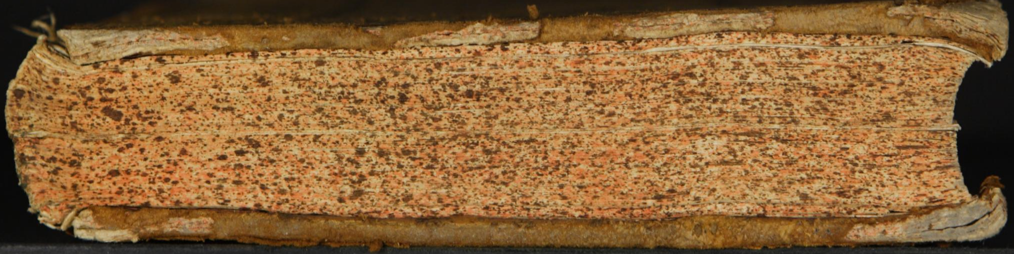
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.312/a

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.312/a



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.312/a



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.312/a

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.312/a

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.312/b

DE LINEARVM CVRVARVM CVM LINEIS RECTIS COMPARATIONE DISSERTATIO GEOMETRICA.

Autore M. P. E. A. S.

TOLOSÆ,

Apud ARNALDVM COLOMERIVM, Regis & Academiæ Toloſanæ Typographum.

M. DC. LX.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.312/b

TYPOGRAPHVS LECTORI.

CVM Dissertatio ista, quæ in nostras non ita pridem manus occultato Autoris nomine venit, nouam iudicio peritorum Geometrarum planamque aperiat viam ad curuarum linearum dimensionem; è re Geometricâ fore putaui vt publicè extaret; quapropter illam prælo nostro edendam curaui. Vale.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.312/b

DE LINEARVM CVRVARVM cum lineis rectis comparatione dissertatio Geometrica.

NONDVM, quod ſciam, lineam curuam purè Geometricam rectæ datæ Geometræ adæquarunt. Quod enim à ſubtili illo Mathematico Anglo nuper inuentum & demonſtratum eſt cycloidem nempe primariam diametri circuli ipſam generantis eſſe quadruplam, hoc ſuam ex ſententiâ doctiſſimorum Geometrarum videtur habere limitationem: ij quippe hanc eſſe legem & ordinem naturæ pronuntiant vt non ſinat inueniri rectam curuæ æqualem, quin priùs ſuppoſita fuerit alia recta alteri curuæ æqualis. Quod quidem in exemplo cycloidis ab ipſis allato ita ſe habere deprehendunt, nec nos diffitemur, cum conſtet deſcriptionem cycloidis indigere æqualitate alterius curuæ cum rectâ, hoc eſt circumferentiæ circuli cycloidem generantis cum rectâ quæ eſt baſis ipſius cycloidis. Sed quàm vera ſit hæc, quam ſtatuunt, lex naturæ, & quàm periculoſum ab vno aut altero experimento ſtatim ad axioma properare infrà patebit. Nos enim curuam verè Geometricam & ad cuius conſtructionem nulla talis alterius curuæ cum rectâ æqualitas præceſſiſſe ſupponatur, rectæ datæ æqualem eſſe demonſtrabimus; & paucis, quantum fieri poterit totum negotium abſoluemus.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.312/b

PROPOSITIO PRIMA.

SIT in Fig.1. curua quæuis A H K G in easdẽ partes curua, exempli causâ vna ex parabolis infinitis in quâ tangẽtes extra curuã cum base A F & axe F G concurrant, & sumatur in huiusmodi curuâ quoduis punctum H per quod ducatur tangens I H K, in quâ sumptis ex vtrâque parte punctis K & I demittantur perpendiculares I B, K D in basim A F quæ secent curuam in punctis R & M. Aio portionem tangentis H I portione curuæ R H esse minorem, portionem autem eiusdem tangentis H K portione curuæ H M esse maiorem: Cum enim ex hypothesi tangens K I occurrat basi A F extra curuam, ergo angulus C H I erit minor recto, ideoque à puncto H demissa perpendicularis in rectam K I cadet in punctũ V supra puncta B R I. Patet itaque rectam H V minorem esse rectâ H I, item rectam H I minorem esse rectâ quæ puncta H & R coniungit; ergo à fortiori recta H I minor erit portione curuæ H R quæ rectam ab H ad R ductam subtendit; quod primo loco fuit demonstrandum. Aio iam portionem K H portione curuæ H M esse maiorem. A puncto K ducatur ad eandem curuam tangens K N & demittatur perpendicularis N E. Ex prædemonstratis probatum est rectam K N esse minorem portione curuæ N M: Sed ex Archimede summa tangentium H K, K N est maior totâ portione curuæ H N. Ergo portio tangentis H K portione curuæ H M, maior erit. Quod secundo loco fuit ostendendum. Nec moueat tangentem à puncto K vltra punctum G aliquando curuæ occurrere. Hoc enim casu aliud punctum inter K & M sumi poterit, & omnia ad præcedentem demonstrationem aptari. Inde sequitur si à punctis K & I ducantur perpendicu-

lares ad axem curuam in punctis O & P ſecantes, hoc caſu tangentem H I curuâ H O eſſe maiorem, tangentem verò H K curuâ H P eſſe minorem. Si enim imaginemur inuerti figuram ita vt axis in locum baſeos, baſis in locum axis transferatur, non ſolùm ſimilis in hoc caſu, ſed eadem omninò erit demonſtratio.

Patet autem ex ipsâ conſtructione, ſi rectæ B C & C D ſint æquales portiones tangentis H I & H K eſſe item inter ſe æquales, quod tamen ſummopere notandum.

PROPOSITIO II.

AD dimenſionem linearum curuarum non vtimur inſcriptis & circumſcriptis more Archimedeo, ſed circumſcriptis tantùm ex portionibus tangentium compoſitis, duas enim ſeries tangentium exhibemus quarum vna maior eſt curuâ, altera minor: demonſtrationem autem multò faciliorem & elegantiorem per circumſcriptas ſolas euadere Analyſtæ experientur.

Poſſibile igitur, vt vult methodus Archimedea, pronuntiamus cuilibet ex curuis iam prædictis circumſcribere duas figuras ex rectis conſtantes quarum vna ſuperet curuam interuallo quouis dato minore, altera autem ſuperetur à curua interuallo etiam dato minore.

Exponatur curua aliqua ex prædictis in 2. Figura. Secetur baſis A F in quotlibet portiones æquales, A B, B C, C D, D E, E F, F G & à punctis B, C, D, E, F, erigantur perpendiculares B Q, C V, D Z, E R, F M, quæ occurrant curuæ in punctis P, T, Y, N, O. Ducantur item tangentes A Q, P V, T Z, Y R, N M, O I. Ex primâ propoſitione patet tangentem A Q, portione curuæ A P eſſe maiorem: item tangentem P V, portione curuæ

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.312/b

P T esse maiorem & sic de reliquis, tandemque etiam vltimam O I portione curuæ O H esse maiorem. Ergo figura constans ex omnibus istis tangentium A Q, P V, T Z, Y R, N M, O I portionibus curua ipsa maior erit.

At exponatur eadem curua in 3. Figura cuius basis A G in eundem portionum æqualium numerum diuidatur in punctis B, C, D, E, F. A punctis B, C, D, E, F vt suprà erigantur perpendiculares B R, C Q, D O, E L, F I quæ occurrant curuæ in punctis S, P, N, M, K. A punncto autem S in hac tertia figura, ducatur tangens S T, occurrens perpendiculari A T, deinde à punctis P, N, M, K, H ducantur tangentes P R, N Q, M O, K L, H I occurrentes perpendicularibus B S, C P, D N, E M, F K in punctis R, Q, O, L, I. Ex prima propositione patet tangentem S T portione curuæ A S esse minorem, item tangentem P R portione curuæ P S esse minorem & sic deinceps, tandemq; vltimam I H quæ parallela est basi, portione curuæ K H esse minorem. Ergo figura constans ex omnibus istis tangentium S T, P R, N Q, M O, K L, H I portionibus curua ipsa minor erit.

Cum autem ex corollario propositionis primæ partes tangentium ab eodem puncto curuæ vtrinque productarum & portionibus basis hinc inde æqualibus oppositarum sint inter se æquales: patet cum 2. & 3. Figuræ curuæ supponantur æquales aut eadem potius, licet vitandæ confusionis causa duas figuras descripserimus, tangentem S T tertiæ figuræ æqualem esse tangenti P V secundæ figuræ, cum enim punctum S in tertia figura idem omninò sit cum puncto P secundæ figuræ & portiones basis A B, B C, in vtraque figura sint inter se æquales; portiones tangentium ex vtraque parte ipsis oppositarum nempe recta

S T in 3. figura & recta P V in 2. inter ſe æquales erunt. Probabitur ſimiliter tangentem P R 3. figuræ æqualem eſſe tangenti T Z 2. & ſic de cæteris. Quo peracto conſtabit primam tantùm 2. figuræ & vltimam 3. nulli ex portionibus figuræ contrariæ æquales eſſe. Exceſſus igitur quo figura ſecunda ſuperat tertiam eſt idem quo tangens A Q 2. figuræ ſuperat tangentem I H 3. figuræ. Sed recta I H propter parallelas æquatur portioni baſis F G ſiue A B, ſupponuntur enim omnes baſis portiones æquales in vtraque figura, ergo figura ſecunda ex tangentibus curua maioribus compoſita ſuperat figuram tertiam ex tangentibus curua minoribus compoſitam eo ipſo quo in 2. figura tangens A Q ſuperat portionem baſis A B ipſi oppſitam interuallo.

Si igitur velimus duas figuras curuæ circumſcribere, alteram maiorem curua, alteram verò minorem, quæ ſe inuicem excedant interuallo minore quocumque dato, facillima erit conſtructio: Cum enim ex methodo tangentium iam cognita detur tangens ad punctum A, dabitur angulus Q A B, ſed angulus Q B A eſt rectus, ergo datur triangulum Q A B ſpecie, datur itaque ratio rectæ A Q ad A B. Cauendū itaque eſt vt diuiſio baſis ita inſtituatur vt differentia rectarum A Q & A B ſit minor quacumque recta data. Quod ita aſſequemur ſi quæramus duas rectas in data ratione quæ ſe inuicem excedant recta data quæ ſit minor ea quæ data eſt. Hoc autem problema eſt facile, & curandum deinde vt portio quælibet baſis A B non ſit maior minore duarum quæ dicto problemati ſatisfaciunt.

Cum igitur hac ratione inuenerimus duas figuras curuæ circumſcriptas alteram maiorem, alteram minorem dicta curua quæ ſe inuicem excedunt interuallo minore quo-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.312/b

cumque dato, à fortiori maior ex circumſcriptis ſuperabit curuam interuallo adhuc minore, & minor ex circumſcriptis ſuperabitur à curua interuallo adhuc minore.

Patet itaque ex noſtra hac methodo per duplicem circumſcriptionẽ commodum præberi aditum ad methodum Archimedeam cum agitur de dimenſione linearum curuarum. Quod ſemel monuiſſe & demonſtraſſe ſufficiet.

His poſitis ſecurè pronuntio inueniri poſſe curuam verè Geometricam datæ rectæ æqualem. Ea vero eſt vna ex infinitis, quas olim ſpeculati ſumus, parabolas; illa nempe in qua cubi applicatarum ad axem ſunt inter ſe vt quadrata portionum axis, de quo ne dubitent Geometræ ita breuiter demonſtro.

PROPOSITIO III.

SIT in 4. Figura parabole quam iam indicauimus MIVA cuius vertex A, axis AN, & in qua ſumpto quouis puncto I & ductis perpendicularibus ſeu applicatis ad axem rectis MN, IF, cubus rectæ MN ſit ad cubum rectæ IF, vt quadratum rectæ NA ad quadratum rectæ FA, idque ſemper contingat: probandum eſt curuam MIA rectæ datæ æqualem eſſe. Fiat vt quadratum axis AN, ad quadratum applicatæ NM, ita recta NM ad rectam AD ipſi AN perpendicularem. Patet rectam AD eſſe rectum dictæ parabolæ latus, hoc eſt ſolidum ſub AD in quadratũ rectæ AN æquari cubo applicatæ NM, item ſumpto quouis alio puncto vt I, ſolidum ſub AD in quadratum AF æquari cubo applicatæ IF, quod non eget demonſtratione, in facilibus enim non immoramur: ducatur tangens ad punctum I, & ſit illa IOE quæ cum axe AN in puncto E concurrat. Ex methodo tangentium conſtat rectam FA,

rectæ

rectæ A E esse duplam, ideóque rectam F E ad rectam A F esse vt 3. ad 2. quadratum verò rectæ E F esse ad quadratum rectæ A F vt 9. ad 4. A recta A D abscindatur nona ipsius pars C D, & reliqua C A bisecetur in B, erit igitur D A ad A B vt 9. ad 4. siue vt quadratum E F ad quadratum A F. Solidum itaque sub A D in quadratū A F æquale erit solido sub quadrato F E in rectam A B. Sed solidum sub A D in quadratum A F est æquale cubo rectæ I F, ergo solidum sub rectâ A B in quadratum E F est æquale eidem cubo rectæ I F; est ergo vt quadratum E F ad quadratum I F ita recta I F ad rectam A B, & componendo summa quadratorum E F, & F I hoc est vnicum quadratum tangentis I E est ad quadratum I F, vt summa rectarum I F & A B ad A B.

Si autem ducatur à puncto I perpendicularis ad basim recta I H & alia quæuis perpendicularis G Q V O occurrens applicatæ I F in Q: curuæ in V & tangenti in O, propter similitudinem triangulorum erit vt I O ad I Q siue ipsi æqualem H G ita tangens I E ad applicatam I F, & vt quadratum I O ad quadratum H G ita quadratum I E ad quadratum I F.

Vt autem quadratum I E ad quadratum I F, ita summa rectæ I F & A B ad rectam A B. Ergo quadratum I O ad quadratum H G erit semper vt summa rectarum I E & A B ad rectam A B: Quod demonstrare oportuit.

Inde sequitur si rectæ M N ponatur in directum recta N X rectæ A B æqualis, esse semper vt quadratum tangentis I O ad quadratum rectæ H G, vel vt quadratum tangentis I Y ex altera parte ad quadratum rectæ oppositæ R H, vtrobique enim propter parallelas eadem est ratio, ita rectam H X ad rectam N X. Recta enim H X æqualis est sum-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.312/b

mæ rectarum I F, & A B, & recta N X est æqualis A B. Hoc autem patet ex constructione, recta enim H N propter parallelas æqualis est rectæ I F, & reliqua N X facta est æqualis rectæ A B.

PROPOSITIO IV.

Exponatur in 5. Figura nostra hæc parabola A X E cuius sit ea, vt diximus, natura vt cubi applicatarum sint inter se in ratione quadratorum portionum axis: Sit eius axis A I, basis aut semibasis E I ex datis axe A I & applicata I E inuenitur, vt superius diximus, rectum latus A D; à quo abscissa nona ipsius parte C D, & reliqua A C bifariam diuisa in B, secetur basis E I in quotlibet libuerit portiones æquales E F, F G, G H, H I & à punctis F, G, H excitentur perpendiculares F X, G Y, H Z curuæ occurrentes in punctis X, Y, Z. ad puncta autem E, X, Y, Z ducantur tangentes E R, X S, Y T, Z V occurrentes perpendicularibus F X, G Y, H Z, I A productis, in punctis R, S, T, V. Ponatur rectæ E I in directum recta I K æqualis rectæ A B. Patet ex præcedente propositione & ipsius corollario quadratum tangentis Z V ad quadratum rectæ H I esse vt rectam H K ad rectam K I. Similiter vt quadratum tangentis Y T ad quadratum rectæ G H ita rectam G K ad rectam K I; item quadratum tangentis X S ad quadratum rectæ F G vt rectam F K ad rectam K I; denique vt quadratum tangentis E R ad quadratum rectæ E F ita rectam E K ad rectam I K: His positis à puncto K excitetur K L perpendicularis ad rectam E K, & fiat recta K L æqualis rectæ K I siue A B: Intelligatur iam per punctum K tanquam verticem, axem autem K E, describi parabole simplex siue Archimedea cuius rectum latus sit K L, & sit illa parabola K M

Q ad quam excitentur perpendiculares E Q, F P, G O, H N, I M quæ erunt, vt patet, applicatæ parabolæ & in directum positæ perpendicularibus F X, G Y &c. Quadratum tangentis Z V, vt iam diximus est ad quadratum rectæ H I vt recta H K ad rectam I K.

Sed vt recta H K ad rectam I K ita singulis in rectam K L ductis, rectangulum sub H K in K L ad rectangulum sub I K in K L; rectangulum verò sub H K in K L ex natura parabolæ Archimedeæ æquatur quadrato applicatæ H N, & rectãgulum sub I K in K L æquatur quadrato rectæ K L, cum rectæ I K, K L factæ fuerint æquales: Erit igitur vt quadratum H N ad quadratum K L ita quadratum tangentis Z V ad quadratum rectæ H I, ideóque vt recta H N ad K L ita tangens Z V ad rectam H I. Similiter probabimus esse vt tangentem Y T ad rectam G H ita applicatam G O ad K L: Item vt tangentem X S ad rectam F G ita applicatum F P ad K L, denique vt tangentem E R, ad rectam E F ita esse applicatam E Q ad K L. Cum igitur sit vt tangens Z V ad rectam H I ita applicata H N ad K L, rectangulum sub extremis æquabitur rectangulo sub mediis, ideóque rectangulum sub N H in H I æquabitur rectangulo sub K L in tangentem Z V. Similiter rectangulum sub O G in G H æquabitur rectangulo sub K L in tangentem Y T, item rectangulum sub P F in F G æquabitur rectangulo sub K L in tangentem R S, denique rectangulum sub E Q in E F æquabitur rectangulo sub K L in tangentem E R: Quid autem pluribus in re procliui & iam ad methodum Archimedeam sponte sua vergente immoramur. Per inscriptas enim & circumscriptas in segmento parabolico figuras, rectangula omnia Q E F, P F G, O G H, N H I segmentum ipsum parabolicum E Q M I designabunt. Omnes autem

tangentes E R, X S, Y T, Z V per iteratam secundum nostræ præcepta methodi circumscriptionem curuam ipsam E X Y Z A etiam designabunt; ergo segmentum parabolicum E Q M I æquatur rectangulo sub K L in curuam E X A. Datur autem in rectilineis segmentum parabolicum E Q M I, quadrauit enim parabolam Archimedes ideóque ipsius segmenta. Ergo rectangulum sub K L in curuam E X A etiam datur: datur autem recta K L. Ergo datur curua E X A & ipsi alia recta potest constitui æqualis, quod erat demonstrandum.

Si quibusdam tamen hæc demonstratio breuitate nimiâ laborare videatur, eam integram insistendo vestigiis Archimedeis non grauamur separatim adiungere, vt eam legant & examinent qui superiora non sufficere existimabunt. Probandum est segmentum parabolicum E Q M I rectangulo sub datâ K L in curuam E X A æquale esse. Fiat ex Archimede segmentum illud parabolicum E Q M I æquale rectangulo sub datâ rectâ K L in datam rectam β. Si probauerimus rectam β æqualem esse curuæ E X A constabit propositum. Aio itaque rectam β curuæ E X A esse æqualem. Si enim æqualis non est, erit vel maior vel minor. Sit primò recta β maior quàm curua E X A & sit earum excessus, si fieri possit recta δ. Ex propositione secundâ huius possumus curuæ E X A circumscribere figuram ex portionibus tangentium compositam quæ superet curuam interuallo minore rectâ δ. Fiat igitur illa circumscriptio & in figura separatâ, quam etiam quintam romano charactere notauimus, circumscripta illa constet ex portionibus tangentium E R, X S, Y T, Z V, circumscripta illa ex prædemonstratis est maior curuâ E X A. Sed & recta β posita est maior eâdem curua. Cum ergo circumscripta superet curuam minori interuallo quàm recta β superat eamdem curuam: Ergo circumscripta minor est recta β. Rectangulum

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.312/b

itaque ſub rectâ K L in circumſcriptam eſt minus rectangulo ſub K L in rectam β. At rectangulum ſub K L in β factum eſt æquale ſegmento parabolico E Q M I: Ergo rectangulum ſub K L in circumſcriptam eſt minus dicto ſegmento parabolico E Q M I. Probauimus autem rectangulum ſub K L in portionem tangentis E R æquari rectangulo ſub Q E in E F, item rectangulum ſub K L in X S æquari rectangulo ſub P F in F G, item rectangulum ſub K L in Y T æquari rectangulo ſub O G in G H, denique rectangulum ſub K L in Z V æquari rectangulo ſub N H in H I, ergo rectangulum ſub K L in totam circumſcriptam eſt æquale ſummæ rectangulorum ſub Q E in E F, ſub P F in F G, ſub O G in G H & ſub N H in H I. Si autem in rectas F P, G O, H N, I M, quæ ſenſim decreſcunt qua propius accedunt ad verticem parabolæ, continuatas demittantur perpendiculares ſeu parallelæ baſi, à punctis Q, P, O, N rectæ Q γ, P θ, O λ, N φ. Patet rectangulum Q E F γ aquale eſſe rectangulo ſub Q E in E F, item rectangulum θ F æquari rectangulo ſub P F in F G, rectangulum λ G æquari rectangulo ſub O G in G H, denique rectangulum φ H æquari rectangulo ſub N H in H I. Ergo rectangulum ſub K L in circumſcriptam eſt æquale rectangulis γ E, θ F, λ G, φ H. Sed probauimus rectangulum ſub K L in circumſcriptam eſſe minus ſegmento parabolico E Q M I, ergo ſumma rectangulorum γ E, θ F, λ G, φ H erit minor dicto ſegmento parabolico E Q M I quod eſt abſurdum, illa enim rectangula conſtituunt figuram ex rectangulis compoſitam, & ſegmento parabolico, vt patet, circumſcriptam, ideóque ipſo ſegmento maiorem. Recta itaque β non eſt maior curuâ E X A. Sed neque minorem eſſe probabimus. Sit enim recta β minor curuâ E X A ſi fieri poteſt, & curua ſuperet rectam β interuallo ℌ. Circumſcribatur in figurâ ſeparatâ (quam etiam quintam charactere græco notauimus) figura conſtans ex portionibus

tangentium curuâ E X A minorum; ſed quam tamen ipſa curua ſuperet interuallo minore ipſo δ. Et ſit illa figura conſtans ex portionibus tangentium X R, Y S, Z T, A V: Cum itaque curua ſit maior β interuallo δ; & eadem curua ſuperet circumſcriptam interuallo minore ipſo δ, ergo circumſcripta erit maior rectâ β ideóque rectangulum ſub K L in circumſcriptam erit maius ſegmento parabolico E Q M I. Sed rectangulum ſub K L in circumſcriptam æquatur ex prædemonſtratis rectangulis ſub P F, in F E, ſub O G, in G F, ſub N H in H G & ſub M I in I H. Eſt enim vt X R ad F E ita F P ad K L, ideóque rectangulum ſub K L in X R æquatur rectangulo ſub P F in F E & ſic de reliquis. Cum igitur rectangulum ſub K L in circumſcriptam ſit maius ſegmento parabolico E Q M I, ergo ſumma rectangulorum ſub P F in F E, ſub O G in G F, ſub N H in G H & ſub M I in H I eſt maior dicto ſegmento parabolico, ſed omnia illa rectangula ductis perpendicularibus ſeu baſi parallelis rectis P γ, O ϑ, N λ, M ϕ quæ omnes cadent in applicatas intra parabolam, prout enim applicatæ magis diſtant à vertice eò magis ſemper augentur, erunt æqualia rectangulis P E, O F, N G, M H. Ergo ſumma omnium illorum rectangulorum P E, O F, N G, M H, erit maior ſegmento parabolico. Quod eſt abſurdum. Rectangula enim illa P E, O F, N G, M H componunt figuram ex rectangulis compoſitam & ipſi ſegmento parabolico inſcriptam, ideóque ipſo minorem. Recta itaque β non eſt minor curuâ E X A. Cum igitur nec ſit maior, nec minor erit ipſi curuæ æqualis. Quod prolixiùs, vt omnis remoueatur ſcrupulus, fuit demonſtrandum.

Ex iam demonſtratis patet eadem facilitate demonſtrari poſſe ſegmentum parabolicum quoduis E Q P F à priore abſciſſum, rectangulo ſub datâ K L in curuam E X æquale eſſe: Ideóque ſi detur in baſi quoduis punctum vt F, cum ex Archimede ſegmen-

tum parabolicum E Q P F in rectilineis detur, dari etiam & rectangulum sub K L datâ in portionem curuæ E X; datur autem recta K L, ergo & curua E X. Dato itaque quouis puncto in base vt F, dari portionem curuæ ipsi oppsitam & rectam posse assignari huic æqualem manifestum est.

Nec moueat ad rectam illam curuæ E X A æqualem inueniendam, construendam videri parabolam simplicem, quo casu problema solidum euaderet. Cùm enim supponatur ad veritatem tantùm inquirendam & demonstrationem ritè conficiendam parabolæ illius descriptio; nihil vetat quo minus calculum ipsum dissimulatâ illa imaginaria parabolæ descriptione, per rectas & circulos & expediamus & exhibeamus. Is autem calculus, nisi fallor, talis est. Esto in figura sexta, curua parabolica D A C eius naturæ vt cubi applicatarum D B & N M sint inter se vt quadrata portionum axis B A & A M; dentur autem altitudo A B & semibasis B D, aut tota D B C. Aio dari rectam curuæ D A C æqualem (quod iam probatum est) in calculo verè Geometrico. Sit rectum istius parabolæ latus recta A O, quam datam esse ex datis axe & applicata ex suprà dictis constat. A recta A O auferatur nona ipsius pars E O, reliqua verò A E fiat æqualis rectæ Y K, cui in directum ponatur *K X* æqualis applicatæ seu semibasi D B. Super recta Y X tanquam diametro describatur semicirculus Y T X & rectâ *Y* K bisectâ in puncto R excitetur perpendicularis R T semicirculum secans in T, Rectæ R T fiat æqualis recta R V & super recta V X tanquam diametro describatur semicirculus V Q X ad cuius circumferentiam à puncto R excitetur perpendicularis R Q. Super rectis T R, R Q describantur semicirculi T P R, R G Q & ipsis applicentur rectæ T P, R G quæ singulæ sint ipsi R Y

æquales. Iunctis autem rectis R P, Q G: Aio rationem curuæ parabolicæ D A C ad basim D B C esse eamdem quæ est dupli quadrati rectæ Q G ad triplum quadratum rectæ R P ideóque esse datam. Fiat itaque vt triplum quadratum rectæ R P ad duplum quadratum rectæ Q G ita recta D C ad rectam I H. Recta illa I H quæ data est ex constructione, æqualis erit curuæ parabolicæ D A C. Quod si cum præcedente demonstratione non conueniat, ab ipsâ erit emendandum.

Si hæc non sufficiant ad obtinendum à Geometris vt nostra hæc curua parabolica inter admiranda Geometriæ collocetur, illud fortasse ab ipsis quæ mox sequentur impetrabunt. Quid enim mirabilius quàm ex vnâ hâc curuâ deriuari & formari alias numero infinitas non solum ab ipsâ sed inter se specie differentes quæ tamen singulæ rectis datis æquales esse demonstrentur? Propositio generalis hæc est.

Sit in 7. Figurâ, curua nostra parabolica C M A cuius altitudo A B, semibasis C B & ab eâ curuâ formentur aliæ in infinitum hac ratione vt ductis perpendicularibus ad basim rectis D M N L, E K I H vtcumque, secantibus curuam in punctis M, K, noua curua C N I G ex hac priore formanda sit eius naturæ vt recta D N sit semper æqualis portioni prioris curuæ nempe C M ipsam respicienti; item recta E I sit æqualis portioni prioris curuæ C M K, & sic in omnibus aliis quibuslibet perpendicularibus. Hæc noua curua C N I G erit diuersæ à priore speciei. Formetur pariter ab ipsa, tertia curua C L H F in qua rectæ D L, E H sint semper æquales portionibus curuis C N & C N I secundæ curuæ. Et à tertia pari ratione formetur 4. à quarta quinta, à quinta sexta & eo progrediamur in infinitum ordine. Aio

omnes,

omnes, istas curuas CNIG, CLHF & reliquas in infinitum perinde ac primam parabolicam CMKA rectis datis æquales esse.

Notandum autem istas omnes in infinitum curuas esse purè Geometricas, nec in illis itaque ad legem illam & ordinem naturæ de quibus initio huius dissertationis locuti sumus recurrendum. Licet enim rectæ DN & EI curuis CM & CMK supponantur æquales, eædem tamen ipsæ non tam suppositæ sunt quàm ex prædictis demonstratæ esse pariter rectis æquales. Dato quippe quolibet puncto D, cum ex præcedentibus detur recta æqualis portioni curuæ CM; ergo recta DN quæ curuæ CM ex constructione ponitur æqualis, vt recta verè data non vt æqualis curuæ considerari debet, & sic de reliquis. Curua igitur suprà descripta CNIG verè Geometrica est, quam postquam æqualem esse rectæ datæ demonstrauerimus sequetur tertiam curuam ab eâ formandam nempe CLHF esse quoque purè Geometricam & sic omnes alias in infinitum.

Demonstratio difficilis non erit si prius præmiserimus generalem quæ huic operi omninò inseruit propositionem.

PROPOSITIO VI.

ESto in Fig. 8. quælibet curua eiusdem cum præcedentibus naturæ ONR, cuius vertex O, axis vel applicata OVI, eadem enim semper est demonstratio, & ab eâ formetur alia curua OAE cuius ea sit proprietas vt applicatæ sint æquales portionibus abscissis à priore curuâ, exempli gratiâ applicata VA sit æqualis curuæ ON, ap-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.312/b

plicata I E ſit æqualis curuæ O R & ſic de reliquis: Ad datum punctum in nouâ hâc curuâ ducetur tangens hoc pacto: Sit datum punctum E, ducatur applicata E I ſecans priorem curuam in R, ducatur recta R C tangens in dicto puncto R priorem curuam & occurrens axi in puncto C, fiat vt R C ad C I ita recta I E ad rectam I B, & iungatur E B. Aio rectam E B tangere nouam curuam E A O in puncto E. Sumpto enim quouis puncto in axe vt V, & ducta applicata V N A quæ ſecet priorem curuam in N, tangentem R C in S, ſecundam curuam in A, rectam verò E B in Y, ſi probauerimus rectam V Y ſemper eſſe maiorem applicata V A, recta E B non ſecabit nouam curuam à parte verticis. Hoc autem facillimè probamus. Recta V A eſt æqualis curuæ O N ſiue differentiæ inter curuas O R, N R: At recta R S eſt minor curua R N per conſectarium primæ propoſitionis, ergo differentia inter curuam O R & rectam R S eſt maior differentia inter eamdem curuam O R & curuam R N; ſed curua V Y eſt æqualis differentiæ inter curuam O R & rectam R S vt mox probabimus, ergo recta V Y occurrens rectæ E B erit maior recta V A occurrente curuæ O A E, vnde patet omnia puncta rectæ E B verſus verticem eſſe extra curuam; ideóque recta E B curuam ab eâ parte non ſecabit. Immò nec inferius. Sumatur enim quoduis punctum vt H à quo ducatur applicata H Z ſecans priorem curuam in D, tangentem R C productam in F, ſecundam curuam in Z, & rectam E B productam in Q. Si probemus rectam H Q in quocumque caſu maiorem eſſe rectâ H Z, patebit omnia puncta rectæ E B etiam inferius ſumpta extra curuam iacere, vnde patebit dictam rectam E B tangere ſecundam curuam in dicto puncto E. Recta H Z eſt

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.312/b

æqualis ex conſtructione curuæ O D, hoc eſt ſummæ curuarum O R, R D. Cum autem recta R F ſit portio tangentis R E inferius ſumpta erit ex conſectario primæ huius recta R F maior curua R D, ideóque ſumma curuæ O R & rectæ R F erit maior ſumma eiuſdem curuæ O R & curuæ R D; ſumma autem curuæ O R & rectæ R F eſt æqualis vt mox probabimus rectæ H Q; ſummæ verò curuarum O R, R D eſt æqualis rectæ H Z ex conſtructione, ergo recta H Q ſemper & in omni caſu maior erit applicatâ H Z. Ideóque recta E B in dicto puncto E tanget ſecundam curuam. Probandum autem reliquimus differentiam curuæ O R & rectæ R S æquari rectæ V Y, ducatur recta E M parallela axi & occurrat rectæ V Y productæ in M. Ex conſtructione eſt vt E I ad I B ita R C ad C I, ſed vt E I ad I B ita Y V ad V B, & ita Y M, ad M E, vt autem R C ad C I ita R S ad V I, ergo vt Y M ad M E, ita R S ad V I. Sunt autem rectæ M E, V I æquales propter parallelas, ergo rectæ Y M, R S erunt æquales. Sunt autem æquales etiam rectæ E I, V M, ergo differentia inter rectas E I & M Y erit recta V Y. Sed recta E I ex conſtructione æquatur curuæ O R ergo differentia inter curuam O R & rectam M Y ſiue ipſi æqualem R S æquabitur rectæ Y V. Quod primò erat probandum. Nec diſſimili ratiocinio procedet demonſtratio infra applicatã E I, ductâ enim rectâ E P parallelâ axi, probabimus rectam Q P æqualem eſſe rectæ R F. Eſt enim vt E I ad I B hoc eſt Q H ad H Z hoc eſt Q P ad P E ita recta R C ad C I hoc eſt R F ad I H. Sunt autem æquales P E, I H, ergo & rectæ Q P, R F. Recta autem H Q æquatur rectis H P, P Q, quarum prior H P æquatur rectæ I E ſiue curuæ O R, poſterior autem Q P æquatur ex demonſtratis rectæ R F. Ergo

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.312/b

ſumma curuæ O R & rectæ R F eſt æqualis rectæ H Q quod ſecundo loco fuit probandum. Patet itaque rectam E B in puncto E ſecundam curuam tangere. Quod erat demonſtrandum.

Sit iam in 9. Fig. curua noſtra parabolica G K A cuius altitudo A E, ſemibaſis G E, rectum latus A C, cuius nona pars, vt ſuprà ſit C D & recta A C bifariam ſecetur in B: A priori hac curuâ formetur alia verſus punctum G quæ ſit G N S occurrens axi prioris in S, & nouæ huius curuæ proprietas hæc ſit vt ſumpto quouis puncto vt F, & erectâ perpendiculari F K N occurrente duabus curuis in K & N, recta F N ſit ſemper æqualis curuæ prioris portioni G K. Ducatur parallela baſi K M, & ad idem punctum K ducatur recta T K H tangens priorem & occurrens axi in T & baſi in H. Per punctum verò N in ſecundâ curuâ ducatur tangens R N X I occurrens baſi in I, & à punctis quibuſlibet in eâ ex vtraque parte ſumptis vt R & X demittantur in baſim perpendiculares X Y & R V. Ex præcedentibus patet quadratum tangentis K T in priore curua ad quadratum F E, ſiue quadratum K L ad quadratum F V eſſe ſemper vt rectam F E vna cum recta A B ad ipſam A B. Sed vt quadratum K T ad quadratum FE ſiue ad quadratum K M ita quadratum K H ad quadratum H F propter parallelas, ergo quadratum K H eſt ad quadratum H F vt recta FE vna cum A B ad A B. Vt autem quadratum K H ad quadratum H F ita ex præcedente propoſitione quadratum rectæ F N ad quadratũ rectæ F I. (Cum enim cætera ex vi illius propoſitionis ſint proportionalia, erunt proportionalia & quadrata.) Ergo quadratum N F ad quadratum FI eſt vt recta F E vnâ cum A B ad A B, & componendo quadrata duo N

F & F I siue vnicum quadratum N I erit ad quadratum F I vt F E vna cum A B bis ad A B. Sed vt quadratum N I ad quadratum F I ita quadratum R N ad quadratum rectæ F V ex vna parte, & ita quadratum rectæ N X ad quadratum rectæ F Y ex altera. Ergo ſumpto quouis puncto in ſecunda hac curua vt N, eſt ſemper vt quadratum portionis tangentis ad illud punctum ductæ ex alterutra parte ad quadratum portionis baſis ipſi oppoſitæ, ita ſumma rectæ F E vna cum A B ad A B. Si igitur baſi G E ponatur in directum recta E O rectæ A B dupla, & ad punctum O erigatur perpendicularis O P ipſi A B æqualis, erit ſemper vt quadratum portionis N R in hâc ſecundâ curuâ ad quadratum portionis baſis F V, vel vt quadratum portionis tangentis N X ad quadratum portionis baſis F Y, ita recta F O ad rectam O P.

His ita ſe habentibus, patet cæteras in infinitum curuas modo quem ſuprà indicauimus deſcribendas eius eſſe naturæ, vt in 3, v. g. quadratum portionis tangentis ad quadratum portionis baſis ipſi oppoſitæ, ſit vt portio baſis F E initium ſumens à puncto F in quod cadit perpendicularis à puncto contactus in baſim demiſſa, vnâ cum rectâ A B ter ſumptâ ad ipſam A B. In 4. curuâ erit vt quadratum portionis tangentis ad quadratum portionis baſis ipſi oppoſitæ vt recta F E vnâ cum A B quater ſumpta ad ipſam A B. Et ſic de reliquis in infinitum. Eadem enim ſemper demonſtratio, vt euidens eſt, in omnibus caſibus locum habet.

Nec difficilis hoc ſuppoſito ad theorema generale erit aditus.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.312/b

PROPOSITIO VII.

ESto in Fig. 10. curua noſtra parabolica E A, cuius axis A I, ſemibaſis I E. Ab eâ formetur ſecunda curua E X Y Z θ cuius ea ſit natura, vt ſupra diximus, vt quæuis applicata G X ſit æqualis portioni prioris curuæ ab applicata illa, ſeu mauis vocare perpendicularem, abſciſſæ. Diuidatur baſis in quotlibet partes æquales E F, F G, G H, H I & ducantur à punctis F, G, H perpendiculares ſecantes nouam hanc ſecundam curuam in punctis X, Y, Z. Sit prioris curuæ rectum latus A D, à quo abſcindatur nona pars C D, & reliqua A C biſecetur in B. Rectæ A B bis ſumptæ fiat æqualis recta I K quæ ſit in directum baſi, & ad punctum K erigatur perpendicularis K L æqualis rectæ A B. Per punctum K & axem *K E* intelligatur deſcribi parabola ſimplex ſiue Archimedea cuius rectum latus K*L* & ſit illa parabola R M O Q. A punctis E, F, G, H, I ducantur perpendiculares ad axem & occurentes huic parabolæ in punctis Q, P, O, N, M. Ex corollario præcedentis cum curua E X θ ſit ſecunda curua à priore deriuata ſeu formata ea ratione quam iam ſæpiùs explicuimus; ſequitur vt ſumpto in ea quolibet puncto vt Y, & ducta portione tangentis Y T eſſe vt quadratum Y T ad quadratum G H ita rectam K *G* ad rectam *K L*: ſed vt recta *G K* ad rectam *K L* ita ſingulis in rectam K*L* ductis rectangulum *G* K *L* ad quadratum *K L*: Ex natura autem parabolæ ſimplicis rectangulum *G K L* æquatur quadrato applicatæ G O; ergo quadratum Y T eſt ad quadratum G H vt quadratum G O ad quadratum *KL*, ideóque vt recta Y T ad rectam G H ita recta G O ad rectam K*L*: re-

ctangulū itaque ſub extremis æquatur rectangulo ſub mediis, rectangulum ergo ſub G O, in G H æquatur rectangulo ſub K L in *Y T*. Si igitur ducantur aliæ tangentes E R, X S & Z V occurrentes perpendicularibus in punctis R, S, V probabitur ſimiliter rectangulum ſub Q E in E F æquari rectangulo ſub K L in E R, item rectangulum ſub P F in F G æquari rectangulo ſub K L in X S & ſic de reliquis in infinitum, vnde tandem per abductionem ad methodum Archimedeam pari quod in 4. propoſitione huius indicauimus artificio, conficietur & concludetur ſegmentum parabolicum E Q M I æquari rectangulo ſub K L in ſecundam curuam E X θ ſicut & ſingula ſegmenta parabolica, E Q P F v. g. rectangulo ſub K L in portionem curuæ E X, vel ſegmentum E Q O G rectangulo ſub K L in portionem curuæ E X Y in infinitum. Dantur autem in rectilineis hæc omnia ſegmenta parabolica ex vi quadraturæ parabolæ ab Archimede demonſtratæ; & datur etiam recta K L. Ergo dantur tam tota ſecunda curua E X ϑ, quàm ipſius portiones E X, E Y &c. per rectas perpendiculares ad puncta F G data abſciſſæ.

Ad tertiæ curuæ cum rectâ datâ æqualitatem, ſimilis fiet conſtructio, niſi quod recta I K ponetur tripla rectæ A B. In 4. curuâ eadem I K ponetur quadrupla rectæ A B. Et tandem generalis inter omnes iſtas in infinitum curuas à priore deriuandas ita ſtatuetur ratio: erunt nempe ſingulæ inter ſe vt ſegmenta parabolica eiuſdem parabolæ, & eiuſdem altitudinis quæ à vertice parabolæ diſtabunt per rectum latus toties ſumptum quotæ erunt in ordine curuæ inter ſe comparandæ.

Exempli g. ſit in 11. Fig. curua noſtra parabolica E M A,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.312/b

cuius axis A F, ſemibaſis E F, rectum latus A D, à quo dempta nona parte C D, reliqua A C biſecetur in B. Et à prima illa curua formetur ſecunda E O S eius naturæ vt ſumpto quolibet puncto in baſe N recta N O perpendicularis ad baſim & occurrens curuis in M & O, ſit æqualis portioni prioris curuæ E M. A ſecunda formetur tertia E V R in qua recta N V ſit æqualis portioni ſecundæ curuæ E O. Item à tertia E V R formetur quarta E X L in qua recta N X ſit æqualis portioni tertiæ curuæ E V. Exponatur ſeparatim parabola ſimplex ſiue Archimedea cuius axis infinitus G K Q Y, vertex G, rectum latus G H æquale rectæ A B. Quæritur ratio verbi gratia 4. curuæ E X L ad primam E M A. Quia prior ex iſtis eſt 4. ordine, ab axe abſcindenda eſt G Y quadrupla recti lateris G H, deinde ponenda ipſi in directum recta Y ϑ æqualis ſemibaſi E F & ducendæ applicatæ rectæ Y T, ϑ λ. Quia verò poſterior ex duabus comparandis eſt prima ordine, abſcindenda eſt ab axe recta G K recto lateri ſemel tantùm æqualis, deinde ipſi ponenda in directum recta K Q ſemibaſi etiam E F æqualis & ducendæ applicatæ K I, Q P. Erit ex demonſtratis & canone generali ab illis deducto, vt ſegmentum parabolicum Y T λ ϑ ad ſegmentum parabolicũ K I P Q, ita quarta curua E X L ad primam E M A. Sed ratio ſegmentorum parabolicorum inter ſe data eſt ex Archimede, ergo & ratio curuarum inter ſe data erit; data eſt autem prima ex demonſtratis, datur igitur & quarta, & ipſi rectæ datæ æqualis aſſignari poteſt & perpetua illa ratio remota, ſi libeat, parabola, ad phraſim Geometricam ope regulæ tantùm & circini accommodari. Quod autem de totis iam probatum & in canonem deductum eſt,

idem

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.312/b

idem de portionibus illarum curuarum inter ſe comparandis contingere beneficio ſegmentorum parabolicorum portiones ſemibaſis ipſis curuarum portionibus oppoſitas pro altitudine habentium quis non videt?

Nihil autem nec de ſolidis ex dictis in infinitum curuis, conficiendis, nec de ſuperficiebus ipſorum curuis, nec de centris grauitatum aut linearum iſtarum, aut dictorum ſolidorum, aut ſuperficierum curuarum adiungimus, cum methodi hac de re generales à ſummis & inſignibus Geometris iam vulgatæ iſta omnia poſt cognitam ſpecificam curuæ datæ proprietatem ignorari non ſinant, licet in multis caſibus propriam ab vnoquoque adiungi operi induſtriam non inutile futurum exiſtimemus.

Sed antequàm manum de tabula tollam ſuccurrit examinanda ſequens propoſitio.

Sit in Fgura 12. curua noſtra parabolica C O A, cuius vertex A, axis A B, ſemibaſis C B. Ab ea formentur aliæ curuæ infinitæ modo quem iam explicuimus, non ex parte baſis vt ſuprà, ſed ex parte verticis. Sint illæ curuæ à prima effingendæ A I F, A G E &c. in infinitum ea conditione vt ſumpto quouis puncto in axe D & ducta ad axem perpendiculari D O I G ſecante curuas in punctis O, I, G, recta D I ſit in ſecunda curua ſemper æqualis portioni primæ curuæ A O, item recta D G in tertia curua ſit ſemper æqualis portioni ſecundæ curuæ A I, & ſic in infinitum. Huiuſmodi omnes curuæ non ſolum ſpecie inter ſe & à prima A O C, different ſed etiam ab iis quas ex parte baſis ſuprà effinximus. Quæritur ergo an curuæ illæ omnes A I F, A G E &c. ſic in infinitum effingendæ, da-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.312/b

tis rectis, an verò aliis curuis ſint æquales? Inquirant illud Geometræ, & miraculum augeri experientur.

Sanè ſi methodi quibus vtuntur ad dimenſionem curuarum, ſint generales & ſufficientes, quod ipſis affirmantibus in dubium reuocare non auſim, primo ſtatim obtutu rem factam habebunt, & à labore ſuperfluo Geometram iam fatigatum liberabunt.

Si quid autem in ſuperioribus demonſtrationibus conciſum nimis inuenerint, id aut ſuppleant, rogo, aut condonent.

Pag. 4. lin. 1. ſcribe AHMG. pro AHKG.
Pag. 22. lin. 4. ſcribe FX pro GX.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.312/b

APPENDIX

AD DISSERTATIONEM DE LINEARVM curuarum cum lineis rectis comparatione.

Vt vltimæ quam in Dissertatione proposuimus quæstioni satisfiat, præmittendæ videntur propositiones sequentes.

PROPOSITIO PRIMA.

SINT in figurâ primâ duæ curuæ AIF, 3Z8, quarum axes AE, 37 sint inter se æquales. Ducantur autem ad axes applicatæ quotlibet quæ in vtrâque figurâ æquali à vertice interuallo distent. Sint exempli gratiâ applicatæ prioris BM, CI, DH, EF : posterioris verò applicatæ sint 4t, 52, 69, 78, & sit recta AB quæ designat interuallum applicatæ BM à vertice, æqualis rectæ 43 quæ designat interuallum etiam applicatæ 4t à vertice. Sit pariter CA, æqualis 53. Item DA æqualis 63, denique EA, quod iam supposueramus, æqualis 73. Si singulæ ex applicatis sint semper ad abscissas per tangentes ab axe, in ratione correlatarum, hoc est si ductis tangentibus ad puncta F, H, I, M, ex vnâ parte, & ad puncta 8, 9, Z, T, ex alterâ semper contingat vt applicata FE verbi gratia sit ad rectam KE quam tangens FK abscindit ab axe, in eadem ratione, quę est applicatæ 87 ad rectam 72 quam tangens 82 ab axe pariter abscindit. Item applicata DH sit ad abscissam ab axe per tangentem quæ ducitur ad punctum H vt applicata 69 ad abscissam ab axe per tangentem ad

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.312/b

punctum 9. ductam & ſic de reliquis. Aio duas iſtas curuas A F, 3 z 8. eſſe inter ſe æquales, imò & ſimiles ideóque eaſdem, & applicatas vnius figuræ applicatis alterius quæ à vertice æqualiter diſtant eſſe pariter æquales. Ductis enim ad puncta H, I, vt in primâ figurâ portionibus tangentiũ H O, I N, M R, quæ occurrant applicatis in punctis O, N, R. Item ductis portionibus tangentium in ſecundâ figurâ 9 V, Z Y, T X quæ occurrant applicatis in punctis V, Y, X: ex ſuppoſitione vt F E ad E K in primâ figurâ, ita eſt 8 7 ad 7 2 in ſecundâ: ſed anguli ad puncta E & 7 ſunt recti, ergo triangula F E K, 872 ſunt ſimilia: vt ergo F K ad K E, ita 8 2 ad 7 2. Sed vt F K ad K E, ita (productâ applicata D H ad punctum G) recta F G ad rectam D E, & vt 82 ad 72 ita (productâ applicatâ 69 ad punctum P) recta 8 P ad 67. Ergo vt recta F G ad rectam D E, ita recta 8 P ad 67. Sunt autem rectæ D E, 67, æquales, cùm rectæ E A & 73, item rectæ D A & 63 ſint inter ſe æquales: ergo & portiones tangentium F G, 8 P erunt inter ſe æquales. Similiter probabimus portionem tangentis H O æqualem eſſe portioni tangentis 9 V, item portionem tangentis I N æqualem eſſe portioni tangentis Z Y, denique portionem tangentis M R æqualem eſſe portioni tangentis T X. Cum ergo ſeries tangentium in primâ figurâ ſit æqualis ſeriei tangentium in ſecundâ per abductionem ad impoſſibile more Archimedeo facilè concluditur curuam A I F, curuæ 3 z 8 æqualem eſſe, quod primo loco fuit probandum, imò & pariter concluditur portiones curuæ correlatas eſſe inter ſe æquales, portionem nempe F H portioni 8 9, portionem curuæ H I portioni 9 Z, & ſic de reliquis. Supereſt probandum applicatas pariter vnius figuræ applicatis alterius eſſe æquales. Cum ex ſuppoſi-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.312/b

tione applicatæ ſint ſemper ad abſciſſas ab axe per tangentes in eâdem vtrobique ratione, ergo anguli G F E, P 8 7 qui fiunt ab interſectione tangentium & applicatarum erunt inter ſe æquales: Item anguli O H D, & V 9 6: Item anguli N I C, & Y Z 5: Denique anguli R M B, & X T 4. Cum ergo portiones omnes prioris curuæ F H, H I, I M, M A, ſint æquales portionibus poſterioris 8 9, 9 z, z τ, τ 3 ſingulæ ſingulis, imò & earumdem portionum ſit eadem vtrobique inclinatio (inclinationem enim curuarum metiuntur tangentes quæ in vtráque figurâ æquales ſemper, vt probauimus, conficiunt angulos) ergo curuæ A M I H F, 3 T Z 9 8, non ſolùm ſunt inter ſe æquales, ſed etiam ſimiles: Vnde ſi intelligantur altera alteri ſuperponi, congruent omninò, ideoque non ſolum axes ſed applicatas æquales aut eaſdem potius habebunt. Quod ſecundo loco fuit demonſtrandum.

PROPOSITIO SECVNDA.

SINT duæ in ſecuudâ figurâ parabolæ eiuſdem naturæ A O D, X I G, quarum axes ſint A C, X F, ſemibaſes D C, G F, & ſit verbi gratia vt cubus D C ad cubum applicatæ B O, ita quadratum C A ad quadratum B A: & ſimiliter vt cubus G F ad cubum applicatæ I Y, ita quadratum F X ad quadratum Y X. (Licet enim propoſitio ſit generalis à parabolâ noſtrâ non diſcedimus) ſit autem vt axis vnius ad ſemibaſem, ita etiam axis alterius ad ſemibaſem nempe vt axis C A ad ſemibaſem D C, ita axis X F ad ſemibaſem G F. Aio duas haſce parabolas eſſe inter ſe in ratione axium, vel ſemibaſium, hoc eſt curuam A O D eſſe ad curuam X I G vt eſt axis A C ad axem X F, vel vt ſemibaſis C D ad ſemibaſem G F. Hæc quippe duæ ratio-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.312/b

nes ex ſuppoſitione ſunt eædem. Demonſtratio eſt in promptu. Secetur enim vterque axis in quotlibet partes æquales, duas tantùm ad vitandam confuſionem & prolixitatem aſſumemus. Secetur ergo bifariam axis A C, in in B, & axis F X in Y, & ductis applicatis B O, Y I, ducantur ad puncta D, O, tangentes D N, O M quarum prior occurrat applicatæ B O in puncto E, poſterior verò rectæ A V applicatis parallelæ in puncto V. Item in altera figura ducantur ad puncta G, I, tangentes G K, I S, occurrentes applicatæ Y I & ipſi parallelæ X R in punctis H, R: ex ſuppoſitione eſt vt D C ad C A, ita G F ad F X. Sed ex naturâ iſtius paraboles recta C A eſt ad C N abſciſſam per tangentem vt 2 ad 3. Item recta F X eſt etiam ad rectam F K per tangentem abſciſſam vt 2 ad 3. Ergo ex æquo eſt vt D C ad C N ita G F ad F K. Sunt ergo æquiangula triangula D N C, G K F. Ergo vt D N ad N C, ita G K ad K F. Sed vt D N ad N C, ita D E ad C B, & vt G K ad K F, ita G H ad F Y. Ergo vt D E ad C B ita G H ad F Y. Similiter probabitur eſſe vt O V ad B A, ita I R ad X Y. Cum ergo portiones axium A B, B C ex vna parte, & X Y, Y F ex altera ſint inter ſe æquales, ergo vt omnes tangentium portiones D E, O V ad totum axem A C ita omnes tangentium portiones G H, I R ad totum axem X F. Omnes autem portiones tangentium D E, & O V & plures, ſi opus ſit, beneficio abductionis ad impoſſibile vt iam ſæpius & indicatum & probatum eſt deſignant totam curuam D O A: Item omnes portiones tangentium G H, I R & plures etiam, ſi opus ſit, deſignant totam curuam G I X. Ergo vt curua D O A ad axem A C, ita curua G I X ad axem X F: Et viciſſim & conuertendo, erit axis A C ad axem X F, ſiue baſis D C ex ſuppoſitione ad baſim G F, vt

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.312/b

curua D O A ad curuam G I X. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO TERTIA.

ESTO in 3. Figura curua A O cuius axis A C, baſis C O, & ab ea intelligatur formari alia curua eiuſdem & axis & verticis in quâ applicatæ ſint ſemper in ratione applicatarum prioris curuæ, ſit nempe vt baſis C O, ad baſim C V, ita applicata B P prioris curuæ ad applicatam B R poſterioris curuæ, & ita applicata D E ad applicatam D N & ſic in infinitum. Si ad punctum quodlibet prioris curuæ vt O ducatur tangens O H cum axe conueniens in puncto H, & continuetur C O donec occurrat ſecundæ curuæ in V. A I O rectam quæ puncta V & H coniungit tangere ſecundam curuam, & ſemper contingere vt tangentes correlatæ in vtraque curua ad idem punctum axi occurrant. Ducantur enim applicatæ B P R, D E N, occurrentes curuis in punctis P, R, E, N, & rectis O H, V H productis, in punctis Q, S, F, M. Si probauerimus rectam B S ſupra rectam C V ductam, ſemper maiorem eſſe rectâ B R: item rectam D M inferiùs ductam eſſe etiam ſemper maiorem applicatâ D N, patebit rectam M V S H tangere ſecundam curuam in puncto V. Ex conſtructione vt C O ad C V ita eſt applicata B P ad applicatam B R. Sed propter parallelas C O V, B Q S quæ ſecantur à tribus tectis C H, O H, V H ad idem punctum vergentibus, eſt etiam vt C O ad C V ita recta B Q ad rectam B S, ergo vt recta B P ad rectam B R, ita eſt recta B Q ad rectam B S, & viciſſim vt recta B P ad rectam B Q, ita eſt recta B R ad rectam B S. Cùm autem recta O Q H tãgat priorem curuam in puncto O, recta B Q erit maior recta B P, ergo etiam recta B S erit maior recta B R. Quod primo loco

fuit probandum. Nec dissimilis in applicata inferius sumpta erit demonstratio. Ex suppositione enim est vt C O ad C V ita D E ad D N, & propter parallelas est etiam vt C O ad C V ita D F ad D M, ergo vt D E ad D N ita est D F ad D M; est autem D E minor D F, ergo & D N ipsa D M minor erit. Recta itaque M V S H in puncto V tangit secundam curuam.

Lemma ad id quod sequitur.

SIT in 4. figura, parabole nostra G I A cuius axis A E, semibasis E F G tangens G H. Constituatur ad eundem axem A E alia parabole eiusdem naturæ F N A cuius semibasis E F sit potestate subdupla prioris semibasis E G, & semper contingat applicatam quamuis, vt N O, applicatæ O I ad priorem curuam esse pariter potestate subduplam. Sit rectum prioris G I A paraboles latus recta A D, cuius nona pars sit C D, & reliqua A C bisecetur in B. Ducatur ad secundam parabolen tangens ad punctum F recta F H. quæ in eodem puncto H cum axe conueniet non solùm ex vi propositionis præcedentis, sed quia ex natura istarum parabolarum, in vtraque, recta E A est ad rectam E H vt 2 ad 3. ex superius demonstratis. AIO quadratum F E esse ad quadratum E H vt est dimidia rectę A B ad rectam E G. Iam enim in propositione tertia dissertationis demonstratum est quadratum G E esse ad quadratum E H vt est recta A B ad rectam E G. Ergo sumptis antecedentium dimidiis erit vt quadratum E F quod supposuimus esse dimidium quadrati G E, ad quadratum E H ita dimidia rectæ A B ad rectam G E. Probabimus pariter si recta F E sit potestate subtripla rectæ G E, hoc est si quadratum F E sit subtriplum quadrati G E, esse vt quadratum

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.312/b

F E ad quadratum E H, ita tertiam partem rectæ A B ad rectam G E. Et ſic de ſubquadruplo, ſubquintuplo & reliquis in infinitũ. Cum autem in ratione ſubdupla probauerimus eſſe vt quadratum E F ad quadratum E H ita dimidiam A B ad rectam G E, ergo componendo erit vt ſumma quadratorum F E, E H, ſiue vt vnicum quadratum F H ad quadratum E H ita dimidia A B vnà cum G E ad ipſam GE.

Si vero recta E F ſit poteſtate ſubtripla rectæ G E, erit vt quadratum F H ad quadratum E H ita tertia pars A B vnà cum G E ad ipſam G E.

Si recta E F ſit poteſtate ſubquadrupla rectæ G E, erit vt quadratum F H ad quadratum E H ita quarta pars A B vnà cum E G ad ipſam E G, & ſic in infinitum, & in quacunque applicata idem continget.

PROPOSITIO IV.

HIs præmiſſis theorema generale haud difficulter detegimus.

Sit in figura 5. parabole noſtra A C cuius axis A B, ſemibaſis B C, & ab ea formentur aliæ in infinitum curuæ A D, A E, A F quarum ea ſit proprietas vt ducta qualibet applicata B C D E F, recta B D ſit ſemper æqualis priori curuæ C A, recta B E æqualis ſecundæ curuæ A D, recta B F æqualis tertiæ curuæ A E, idque ſemper in omnibus ad illas curuas applicatis contingat. Aio omnes illas & ſingulas in infinitum curuas A D, A E, A F &c. eſſe ſemper datis lineis rectis æquales, perinde ac curuas quas in diſſertatione, diuerſa & diſſimili ex parte baſis methodo conſtruximus.

Theorema generale ita ſe habet. Exponatur ſeparatim eadem parabole O 3 M æqualis omninò & ſimilis ipſi A C,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.312/b